

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

A. ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ:

1. Δ 2. Δ 3. Β 4. Β 5. Δ 6. Γ 7. Δ
8. Γ

B. ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

ΘΕΜΑ 1.

$$A. x^2 - y^2 = 13 \Leftrightarrow (x + y)(x - y) = 1 \cdot 13 \stackrel{(*)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 6 \end{cases}$$

(*) Επειδή x, y θετικοί ακέραιοι, $x + y > x - y \Leftrightarrow y > 0$.

Η κατασκευή της εξίσωσης $x^2 - y^2 = 13$ (1 μονάδα). Παραγοντοποίηση (1 μονάδα). Η δημιουργία του σωστού συστήματος (2 μονάδες). Η επίλυση (1 μονάδα).

B. Συμβολίζουμε $EB = x$. Αφού $AB\Gamma\Delta$ και $EB\Gamma Z$ είναι όμοια, τότε οι αντίστοιχες πλευρές είναι ανάλογες. Επομένως είναι:

$$\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{A\Delta}{EB} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2 + x}{1} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow 2x + x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \Delta = 2^2 - 4(-1) = 8 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}, x > 0 \text{ άρα } x = -1 + \sqrt{2}.$$

Η αναλογία (2 μονάδες). Η κατασκευή της εξίσωσης (1 μονάδα). Η επίλυση (1 μονάδα). Η αποδεκτή λύση (1 μονάδα).

ΘΕΜΑ 2.

$$a) \alpha * \beta = \alpha\beta \Leftrightarrow \alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = \alpha\beta \Leftrightarrow \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow (\alpha - \beta)^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta$$

Η πρώτη ισότητα (1 μονάδα). Η δεύτερη ισότητα (1 μονάδα). Η ταυτότητα (2 μονάδες). Η τελευταία ισότητα (1 μονάδα).

β)

$$\begin{cases} x * 10 = 75 \\ x * y = 19 \end{cases}$$

$$x * 10 = 75 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 100 = 75 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \quad (1)$$

$$x * y = 19 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 5 * y = 19 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ ή } y = 3$$

Άρα $(x, y) = (5, 3)$ ή $(x, y) = (5, 2)$

Η εύρεση του x (2 μονάδες). Η εύρεση του y (2 μονάδες). Η καταγραφή των λύσεων (1 μονάδα).