$2^{η}$ ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΗΝ Α ΤΑΞΗ ΤΩΝ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΤΗΣ Δ.Ε.Π.Π.Σ.

Αθήνα 10 Ιουνίου 2016

1. Ο Νίκος στα διαγωνίσματα των Μαθηματικών έχει πάρει τις εξής βαθμολογίες: 12, 19, 13, 18, 16. Πόσο πρέπει να πάρει στο 6^{o} διαγώνισμα για να βγάλει μέσο όρο 16;

   Α. 14   Β. 15   Γ. 16   Δ. 17   Ε. 18

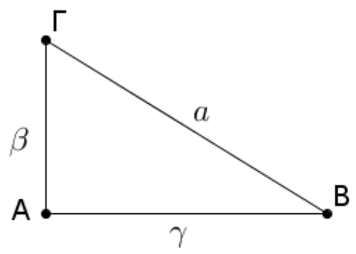
Μονάδες 5

2. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$) είναι ΑΒ = 5 και ΒΓ = 13. Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου, τότε το μήκος του ΔΒ είναι:

   Α. 25/13   Β. 13/25   Γ. 5/13   Δ. 13/5   Ε. 3

Μονάδες 5

3. Για το τρίγωνο ΑΒΓ η τιμή της παράστασης $\Pi = \frac{\text{συν}B \cdot \text{ημ}\Gamma}{\text{εφ}\Gamma}$, είναι:



   Α. 1   Β. 0   Γ. $\frac{\alpha^2}{\beta \cdot \gamma}$ Δ. $\frac{\beta \cdot \gamma}{\alpha^2}$ Ε. $\frac{\gamma^3}{\alpha^2\, \beta}$

Μονάδες 5

4. Ποιά από τις παρακάτω εξισώσεις επαληθεύεται από όλα τα ζεύγη (x, y) του πίνακα:

x	y
1	$3\frac{1}{3}$
2	$2\frac{2}{3}$
3	2

Α. $x - 3y = 6$ Β. $3y - x = 6$ Γ. $2x + 3y = 12$ Δ. $2y + 3x = 12$ Ε. $y = \frac{2}{9}x^2$

Μονάδες 5

5. Η παράσταση $\Pi = \sqrt{2016 + 2015 \cdot 2016}$ είναι ίση με:

Α. 2016 Β. 2017 Γ. $\sqrt{2016 \cdot 2015}$ Δ. 2015^2 Ε. 2016^2

Μονάδες 5

6. Δίνονται οι αριθμοί $A = 2016$ και $B = 2015$.

   1. Να αφαιρέσετε από τον πρώτο τον διπλάσιο του δεύτερου.
   2. Να προσθέσετε στον πρώτο τον διπλάσιο του δεύτερου.
   3. Να πολλαπλασιάσετε μεταξύ τους, τους δύο αριθμούς που βρήκατε στα 1, 2.
   4. Στο προηγούμενο αποτέλεσμα να προσθέσετε το τριπλάσιο του τετραγώνου του Β.
   5. Να διαιρέσετε το προηγούμενο αποτέλεσμα με το άθροισμα των Α και Β.

   Ο αριθμός που προέκυψε είναι:

Α. 1 Β. 201620001 Γ. 6042,5 Δ. 0 Ε. 2016

Μονάδες 5

7. Αν για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει ότι $xy = x - y$, να βρεθεί ποια από τις επόμενες τιμές είναι τιμή της παράστασης: $\Pi = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - xy$

Α. – 1 Β. – 2 Γ. 2 Δ. – 1/2 Ε. 1/2

Μονάδες 5

8. Αν α και β είναι δύο αριθμοί μεγαλύτεροι του 1, ποιο από τα παρακάτω κλάσματα παριστά τον μεγαλύτερο αριθμό;

Α. $\frac{\alpha}{\beta - 1}$ Β. $\frac{\alpha}{\beta + 1}$ Γ. $\frac{2\alpha}{2\beta + 1}$ Δ. $\frac{2\alpha}{2\beta - 1}$ Ε. $\frac{3\alpha}{3\beta + 1}$

Μονάδες 5

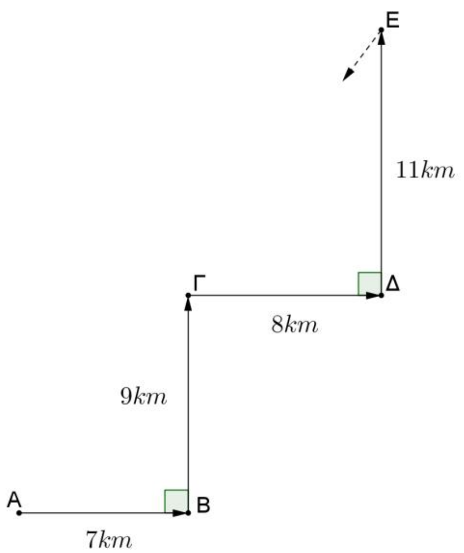
9. Μία βάρκα ξεκινάει από το λιμάνι Α, κινείται ανατολικά για 7 km μέχρι το σημείο Β, στη συνέχεια κινείται βόρεια για 9 km μέχρι το σημείο Γ, μετά πάλι ανατολικά για 8 km μέχρι το σημείο Δ και τέλος 11 km βόρεια μέχρι το λιμάνι Ε. Την επομένη, επιστρέφει από το Ε στο Α κινούμενη ευθύγραμμα.

Α) Να υπολογίσετε την απόσταση ΕΑ των δύο λιμανιών.

Μονάδες 5

Β) Να εξετάσετε αν, κατά την επιστροφή από το Ε στο Α, κινούμενη σε ευθεία γραμμή, η βάρκα θα περάσει από το σημείο Γ.
(Δίνεται: $\sqrt{185} \approx 13{,}6015$ και $\sqrt{130} \approx 11{,}4018$)

Μονάδες 5

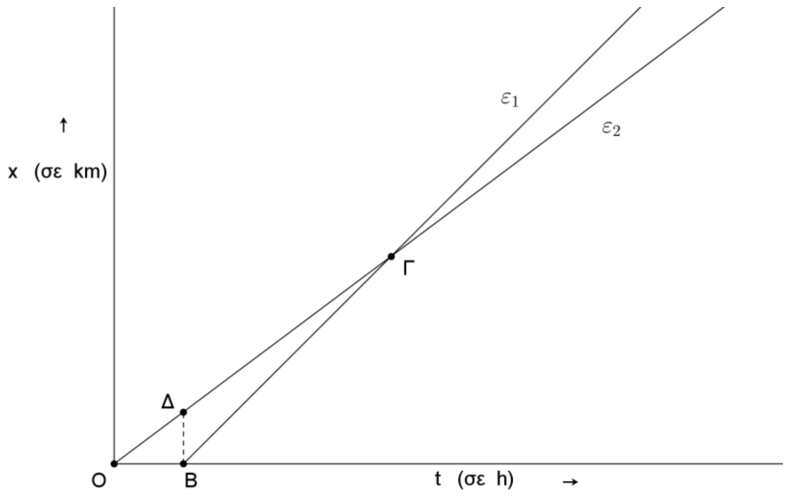


10. Ένα λεωφορείο και ένα αυτοκίνητο. ξεκινάνε από την ίδια αφετηρία και κινούνται για 5 ώρες κατά μήκος της ίδιας διαδρομής. Το λεωφορείο κινείται με σταθερή ταχύτητα 60 km/h , ενώ το αυτοκίνητο ξεκινάει 15 min μετά από το λεωφορείο και κινείται με σταθερή ταχύτητα 80 km/h.

Α. Το αυτοκίνητο θα προσπεράσει το λεωφορείο; Αν ναι, πόση ώρα μετά την εκκίνηση του λεωφορείου θα συμβεί αυτό;

Μονάδες 3

Β. Στο παρακάτω σύστημα αξόνων έχει σχεδιαστεί ένα τμήμα των γραφικών παραστάσεων των δύο συναρτήσεων, που εκφράζουν την απόσταση x του κάθε οχήματος από την αφετηρία ως προς το χρόνο t (η απόσταση x είναι σε km, ο χρόνος t σε h και θεωρούμε ότι το λεωφορείο ξεκινάει τη χρονική στιγμή t = 0).



1. Ποιά από τις ευθείες ε_1 , ε_2 είναι η γραφική παράσταση που αντιστοιχεί στην κίνηση του λεωφορείου;

Μονάδες 2

2. Να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες των σημείων Β, Γ και Δ και να εξηγήσετε ποια πληροφορία για την κίνηση των δύο οχημάτων δίνει καθένα από τα ζεύγη συντεταγμένων αυτών των σημείων.

Μονάδες 5

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 2

1. Ε

2. Α

3. Δ

4. Γ

5. Α

6. Α

7. Γ

8. Α

9. Α) Προεκτείνοντας τις ΑΒ και ΕΔ σχηματίζεται το παρακάτω σχήμα. Το τρίγωνο ΕΚΑ είναι ορθογώνιο με ΑΚ = 7 + 8 = 15 και ΕΚ = 11 + 9 = 20. Επομένως, από το Πυθαγόρειο Θεώρημα είναι $EA^2 = AK^2 + EK^2$ και επομένως $EA = \sqrt{225+400} = \sqrt{625} = 25$ km

Β) $ΕΓ^2 = 8^2+11^2$, ΕΓ $\approx 13{,}6015$ $ΑΓ^2 = 9^2 + 7^2$, ΑΓ $\approx 11{,}4018$

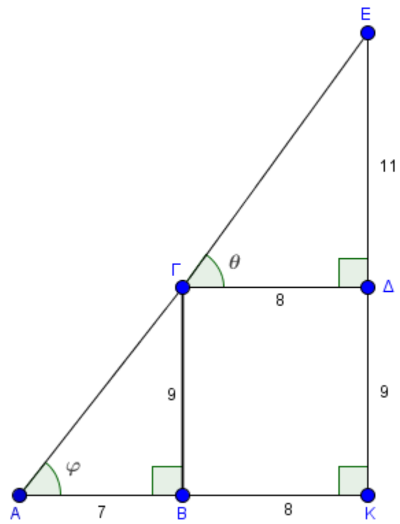
<u>Πρώτη Λύση</u>: Αν το Γ ήταν σημείο του τμήματος ΕΑ, τότε θα ίσχυε ΕΑ = ΕΓ+ΑΓ.

Αλλά ΕΓ + ΑΓ = 25,0033 ≠ ΕΑ. Άρα το ΕΑ δεν διέρχεται από το Γ.

<u>Δεύτερη Λύση</u>: Αν υποτεθεί ότι η ΕΑ διέρχεται από το σημείο Γ, τότε οι παράλληλες ευθείες ΓΔ και ΑΚ τεμνόμενες από την ευθεία ΕΓΑ σχηματίζουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη οξείες γωνίες φ, θ ίσες. Αυτό όμως δεν είναι αληθές, διότι $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{9}{7} \neq \varepsilon\varphi\theta = \frac{11}{8}$.

<u>Τρίτη Λύση</u>:

Θεωρώντας το σημείο Α ως αρχή των αξόνων, η ευθεία ΕΑ είναι η y = 4/3 x, το δε σημείο Γ έχει συντεταγμένες (7, 9). Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του σημείου Γ στην εξίσωση της ευθείας βλέπουμε ότι δεν την επαληθεύει, άρα το σημείο Γ δεν ανήκει σε αυτήν.



10)

Α) Ναι, το αυτοκίνητο θα προσπεράσει το λεωφορείο.

Έστω t ο χρόνος κίνησης του λεωφορείου σε ώρες, τότε

$$60t = 80\left(t - \frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow t = 1\ h.$$

Άρα το αυτοκίνητο θα προσπεράσει το λεωφορείο μετά από 1 h.

Β1) Η ευθεία ε_2 είναι η γραφική παράσταση που αντιστοιχεί στην κίνηση του λεωφορείου

Β2) Είναι: Β$\left(\frac{1}{4}, 0\right)$: Το αυτοκίνητο ξεκινάει ¼ της ώρας μετά από το λεωφορείο, δηλαδή όταν $t = \frac{1}{4}\ h$

Γ(1,60): Τη χρονική στιγμή $t = 1\ h$, και σε απόσταση $60\ km$ από την αφετηρία, το Ι.Χ. προσπερνά το φορτηγό.

Δ$\left(\frac{1}{4}, 15\right)$: Τη χρονική στιγμή $t = 1/4\ h$ κατά την οποία ξεκινάει το αυτοκίνητο, το λεωφορείο απέχει $15\ km$ από την αφετηρία.

■